



# Grundbegriffe des maschinellen Lernens

## Neuronale Netze

---

Besondere Lernleistung im Fach Informatik

Clemens Dautermann

10. Februar 2020

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Was ist maschinelles Lernen?</b>	<b>3</b>
1.1	Klassifizierungsaufgaben . . . . .	3
1.2	Regressionsprobleme . . . . .	4
1.3	Gefahren von maschinellem Lernen . . . . .	5
1.3.1	Die Daten . . . . .	6
1.3.2	Overfitting . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Verschiedene Techniken maschinellen Lernens</b>	<b>7</b>
2.1	Überwachtes Lernen . . . . .	8
2.2	Unüberwachtes Lernen . . . . .	8
2.3	Bestärkendes Lernen . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Neuronale Netze</b>	<b>9</b>
3.1	Maschinelles Lernen und menschliches Lernen . . . . .	9
3.2	Der Aufbau eines neuronalen Netzes . . . . .	10
3.3	Berechnung des Ausgabevektors . . . . .	11
3.4	Der Lernprozess . . . . .	14
3.5	Fehlerfunktionen . . . . .	14
3.5.1	MSE – Durchschnittlicher quadratischer Fehler . . . . .	14
3.5.2	MAE – Durchschnittlicher absoluter Fehler . . . . .	15
3.5.3	Kreuzentropiefehler . . . . .	15
3.6	Gradientenverfahren und Backpropagation . . . . .	17
3.6.1	Lernrate . . . . .	17
3.7	Verschiedene Layerarten . . . . .	18
3.7.1	Convolutional Layers . . . . .	19
3.7.2	Pooling Layers . . . . .	22
<b>4</b>	<b>PyTorch</b>	<b>23</b>
4.1	Datenvorbereitung . . . . .	24
4.2	Definieren des Netzes . . . . .	27
4.3	Trainieren des Netzes . . . . .	28
4.4	Pytorch und weights and biases . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Ein Klassifizierungsnetzwerk für handgeschriebene Ziffern</b>	<b>30</b>
5.1	Aufgabe . . . . .	31
5.2	Der MNIST Datensatz . . . . .	31
5.3	Das Netz . . . . .	31
5.4	Ergebnis . . . . .	32

**6 Schluss**

**33**

## 1 Was ist maschinelles Lernen?

Die wohl bekannteste und am häufigsten zitierte Definition des maschinellen Lernens stammt von Arthur Samuel aus dem Jahr 1959. Er war Pionier auf diesem Gebiet und rief den Begriff „machine learning“ ins Leben. So sagte er:

[Machine learning is the] field of study that gives computers the ability to learn without being explicitly programmed[1].

—Arthur Samuel, 1959

Beim maschinellen lernen werden Computer also nicht mit einem bestimmten Algorithmus programmiert, um eine Aufgabe zu lösen, sondern lernen eigenständig diese Aufgabe zu bewältigen. Dies geschieht zumeist, indem das Programm aus einer großen, bereits „gelabelten“ Datenmenge mit Hilfe bestimmter Methoden, die im Folgenden weiter erläutert werden sollen, lernt gewisse Muster abzuleiten, um eine ähnliche Datenmenge selber „labeln“ zu können. Als Label bezeichnet man in diesem Fall die gewünschte Ausgabe des Programms. Dies kann beispielsweise eine Klassifikation sein. Soll das Programm etwa handgeschriebene Ziffern erkennen können, so bezeichnet man das (bearbeitete) Bild der Ziffer als „Input Vector“ und die Information, welche Ziffer der Computer hätte erkennen sollen, als „Label“. Soll jedoch maschinell erlernt werden, ein simuliertes Auto zu fahren, so bestünde der Input Vector aus Sensorinformationen, und das Label würde aussagen, in welche Richtung das Lenkrad gedreht werden sollte, wie viel Gas das Programm hätte geben sollen oder andere Steuerungsinformationen. Der Input Vector ist also immer die Eingabe, die der Computer erhält um daraus zu lernen, und das Label ist die richtige Antwort, die vom Programm erwartet wurde. Für maschinelles Lernen wird also vor allem eins benötigt: Ein enormer Datensatz, der bereits gelabelt wurde, damit das Programm daraus lernen kann.

Natürlich werden für maschinelles Lernen trotzdem Algorithmen benötigt. Diese Algorithmen sind jedoch keine problemspezifischen Algorithmen, sondern Algorithmen für maschinelles Lernen. Eine der populärsten Methoden des maschinellen Lernens ist das sogenannte „Neuronale Netz“. Dies wird für die zwei Hauptproblemklassen, die man unterscheidet, verwendet: Klassifizierungs und Regressionsprobleme.

### 1.1 Klassifizierungsaufgaben

Als Klassifizierung bezeichnet man das Finden einer Funktion, die eine Menge von Eingabevariablen zu einer diskreten Menge von Ausgabevariablen, welche

auch als Klassen oder Labels bezeichnet werden, zugeordnet. Dies kann beispielsweise das Erkennen von Mail Spam sein. Die Eingabevariablen sind die E-Mails und sie sollen den zwei Klassen „Spam“ und „nicht Spam“ zugeordnet werden. Bei dem in dieser Arbeit behandelten Beispiel handelt es sich auch um eine Klassifizierungsaufgabe. Die zu klassifizierenden Bilder von Ziffern sollen den zehn Klassen „0 bis 9“ zugeordnet werden. Die Bilder sind hier die Eingabevariablen und die Klassen „0 bis 9“ beschreibt die endliche Menge diskreter Labels. Das erste Beispiel, bezogen auf die Spam Mails, würde man als „Binärklassifizierung“ bezeichnen, da zwei Klassen unterschieden werden. Letzteres wird als „Multiklassenklassifizierung“ bezeichnet, da mehr als zwei Klassen unterschieden werden. Die Binärklassifizierung ist in Abbildung 1 verdeutlicht.

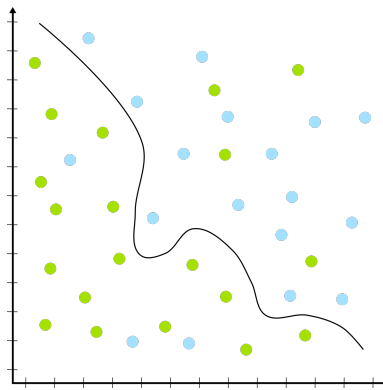


Abbildung 1: Binärklassifizierung

Die zwei Klassen wären hier „grün“ und „blau“. Die Linie stellt die Klassengrenze dar, die die zwei Klassen unterscheidet. Es sind außerdem einige Ausreißer in den Daten vorhanden.

## 1.2 Regressionsprobleme

Als Regressionsproblem hingegen bezeichnet man das Finden einer Funktion, die eine Menge von Eingabevariablen einer stetigen Menge von Ausgabevariablen zuordnet. Wenn beispielsweise ein Bild eines Menschen gegeben ist, könnte ein Regressionsproblem sein, seine Höhe oder sein Gewicht zu bestimmen. Auch eine Wettervorhersage ist ein typisches Regressionsproblem. Ein Beispiel eines Regressionsproblems wird in dieser Arbeit nicht behandelt werden. Wie Regression dargestellt werden kann, ist in Abbildung 2 gezeigt.

Die Kurve stellt hier keine Grenze, sondern die Funktion, die die Werte approximiert, dar. Die Punkte repräsentieren die Eingabedaten, wobei auch hier einige

### 1.3 Gefahren von maschinellem Lernen WAS IST MASCHINELLES LERNEN?

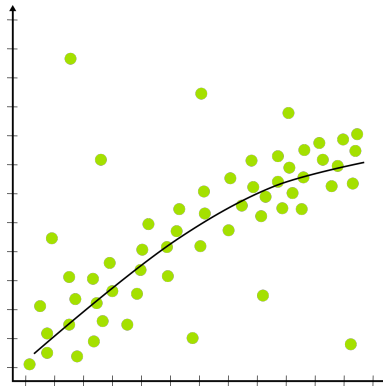


Abbildung 2: Regression

Ausreißer erkennbar sind.

### 1.3 Gefahren von maschinellem Lernen

Maschinelles Lernen kann eine mächtige Technologie sein. Eine Vielzahl von Problemen lässt sich damit lösen, alle jedoch nicht. Bevor man maschinelles Lernen nutzt, sollte man sich also fragen: Lässt sich dieses Problem nicht einfacher auf konventionelle Weise lösen? Außerdem sollte man sich stets bewusst sein, dass maschinelles Lernen im Gegensatz zu den meisten Algorithmen keine Technologie ist, die eine Treffsicherheit von 100% aufweist. In Systemen, wo eine korrekte Antwort kritisch ist, sollte man also nicht alleine auf maschinelles Lernen setzen. Auch ist für maschinelles Lernen stets eine enorme Datenmenge nötig. Diese Daten müssen erst gesammelt werden. Hier stellt sich natürlich sofort eine ethische Frage: Welche Daten können guten Gewissens gesammelt und ausgewertet werden? Dabei sollten das Persönlichkeitsrecht und das Recht auf Privatsphäre eine zentrale Rolle spielen. Niemals sollte der Nutzen der Technologie über die Rechte der Nutzer gestellt werden. Betrachtet man hier beispielsweise den Flughafen von Peking, sind erschreckende Tendenzen festzustellen. Dort wird beim Check-In via Gesichtserkennung die Identität der Person mit ihrem Gesicht verknüpft. Danach läuft alles vom Ticketkauf bis hin zum Duty-free-shop mit Hilfe von Gesichtserkennung ab [4].

Die zentralen Gefahren maschinellen Lernens sind also die eventuelle Unsicherheit im Ergebnis, der hohe Trainingsaufwand, der gegebenenfalls mit klassischen Algorithmen vermieden werden kann, und die Verletzung von Rechten durch das Auswerten persönlicher Daten.

#### 1.3.1 Die Daten

Wie bereits erwähnt, sind die Datensätze oft der limitierende Faktor beim maschinellen Lernen. Das gravierendste Problem ist, überhaupt einen passenden Datensatz für das Problem zu finden oder generieren zu können. Dabei muss man beachten, dass man alle für das Problem relevanten Faktoren berücksichtigt. Möchte man beispielsweise Gesichter jeglicher Art erkennen, genügt es nicht den Algorithmus auf einem Datensatz von Gesichtern hellhäutiger Menschen zu trainieren, da dieser zum Erkennen von Gesichtern dunkelhäutiger Menschen nutzlos wäre. Dass dies kein theoretisches, sondern auch ein praktisch auftretendes Phänomen ist, zeigt eine Studie des National Institute for Standards and Technology (NIST)[5]. Diese hat ergeben, dass beispielsweise ein in den USA entwickelter und dort sehr populärer Algorithmus eine extrem hohe Fehlerquote für afroamerikanische Frauen hat. Da dieses System unter anderem von der Polizei in den USA verwendet wird, haben afroamerikanische Frauen eine wesentlich höhere Chance, fälschlicherweise einer Straftat beschuldigt zu werden als andere Bürger.

Man sollte außerdem beachten, dass der Datensatz gut ausgeglichen ist. Das bedeutet, dass alle Trainingsdaten gleichmäßig verteilt sind. Möchte man beispielsweise Eingabedaten in 4 verschiedene Klassen klassifizieren, so sollten etwa 25% der Daten zur Klasse A gehören, 25% zur Klasse B und so weiter. Der in dieser Arbeit später verwendete MNIST Datensatz hat einen Umfang von 60000 handgeschriebenen Ziffern von 0 bis 9. Den größten Anteil haben Einsen mit rund 11%, den niedrigsten haben Fünfen mit 9%. Damit kann der Datensatz als ausgeglichen betrachtet werden. Eine genaue Definition, ab wann ein Datensatz nicht mehr ausgeglichen ist, existiert nicht.

Datensätze müssen ausgeglichen sein, da das Netz sonst den Fehler, der im Folgenden noch erläutert werden wird, minimiert, indem es öfter die Klasse mit dem höchsten Anteil als Antwort liefert. Es erkennt, dass die höchste Trefferquote vorliegt, wenn es diese Antwort gibt, da so die Wahrscheinlichkeit eines Treffers maximal ist<sup>1</sup>.

#### 1.3.2 Overfitting

Overfitting ist ein häufig auftretendes Problem bei Klassifizierungsaufgaben. Die Klassengrenzen werden dabei zu sehr an die Trainingsdaten angepasst und dadurch falsch definiert. In Abbildung 3 ist dies dargestellt.

Overfitting tritt auf, wenn man ein neuronales Netz zu lange auf einem Datensatz

---

<sup>1</sup>In diesem Fall wird dann in der Fehlerfunktion ein lokales Minimum gefunden. Dazu mehr unter Abschnitt 3.6, Gradientenverfahren und Backpropagation



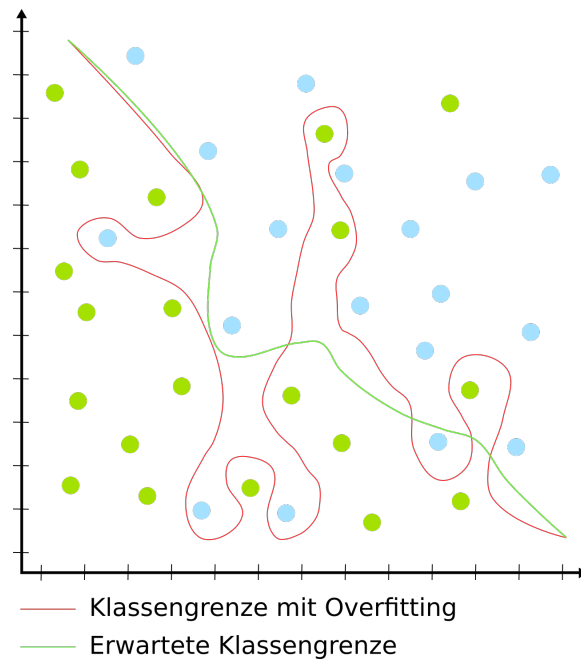


Abbildung 3: Klassengrenzen mit und ohne Overfitting

trainiert. Das Netz lernt dann die Daten auswendig, da es so einen Fehler von 0 erreichen kann. Dadurch werden aber keine wirklichen Klassengrenzen erlernt. Um Overfitting entgegenzuwirken, reicht es oftmals, den Trainingsdatensatz in der Reihenfolge zu randomisieren. Dadurch kann das Netz die Reihenfolge gar nicht auswendig lernen.

## 2 Verschiedene Techniken maschinellen Lernens

Es gibt viele verschiedene Ansätze und Algorithmen, um maschinelles Lernen zu implementieren. Der wohl häufigste ist das Neuronale Netz, von dem diese Arbeit handelt. Aber auch sogenannte „Support Vector machines“ sind eine bekannte Technik, sollen aber hier nicht weiter behandelt werden. Neuronale Netze können in vielen verschiedenen Szenarien angewandt werden, um unterschiedliche Ergebnisse zu erzielen. Beim Adversarial Learning lässt man mehrere Netze gegeneinander antreten, sodass sie sich gegenseitig trainieren. Beim Q-Learning beginnt man mit zufälligen Reaktionen auf eine Eingabe und „belohnt“ das Netz, falls es wie gewünscht reagiert hat. Ein Beispiel hierfür ist die „hide and seek

AI” von OpenAI<sup>2</sup>. Grob unterscheidet man jedoch in überwachtes (supervised), unüberwachtes (unsupervised) und bestärkendes (reinforcement) Lernen.

### 2.1 Überwachtes Lernen

Beim Überwachten Lernen ist ein Trainingsdatensatz vorhanden und, die Eingabe sowie die gewünschte Ausgabe sind bekannt. Dies trifft sowohl auf Klassifizierungs- als auch auf Regressionsprobleme zu. Um Überwachtes Lernen nutzen zu können, muss man also vor allem über einen großen Datensatz verfügen. Wie genau Überwachtes Lernen innerhalb des neuronalen Netzes vonstatten geht, ist im nächsten Abschnitt unter „Neuronale Netze” beschrieben.

### 2.2 Unüberwachtes Lernen

Unüberwachtes Lernen erkennt automatisiert Muster in Datenmengen. Dies ist vergleichbar mit einem Kind, das zum ersten Mal in seinem Leben einen Hund sieht und den nächsten Hund, den es sieht, als solchen wiedererkennt. Das Kind hat nicht, wie es beim überwachten Lernen der Fall gewesen wäre, gesagt bekommen, dass es sich um einen Hund handelt. Vielmehr hat es die Merkmale eines Hundes erkannt und sich diese gemerkt. Bei unüberwachtem Lernen werden also automatisch Muster erkannt, die dem Algorithmus zuvor nicht mitgeteilt wurden.

### 2.3 Bestärkendes Lernen

Bestärkendes Lernen ist der letzte der drei häufig unterschiedenen Lerntypen. Hier ist kein Eingabedatensatz vorhanden, sondern ein bekanntes Ziel definiert. Der Algorithmus soll einen möglichst effizienten Weg finden dieses Ziel zu erreichen. Oft ist dabei ein Handlungsträger (agent) in einer Umgebung gegeben. Dies kann beispielsweise ein Auto sein, das lernen soll selbst zu fahren. Auch die in Abschnitt 2 erwähnte Q-Learning Methode aus open-AIs „hide and seek AI” fällt in die Kategorie des bestärkenden Lernens. Der durch die KI gesteuerte Handlungsträger beginnt mit zufälligen Handlungen und erhält, wenn er ein Zwischenziel erreicht, Belohnungen oder Strafen, wenn er einen Fehler macht. Diese Belohnungen und Strafen werden in Form von Zahlen vergeben. Das selbstfahrende Auto würde beispielsweise eine Belohnung erhalten, wenn es einen Streckenabschnitt fehlerfrei zurückgelegt hat, und eine Strafe, wenn es gegen eine Wand fährt. Das Ziel ist es diese kumulativen Belohnungen zu maximieren und dadurch

---

<sup>2</sup><https://openai.com/blog/emergent-tool-use/>

das vordefinierte Ziel zu erreichen. Hierfür häufig verwendete Algorithmen sind das Q-learning oder sogenannte „Monte-Carlo Maschinen“.

### 3 Neuronale Netze

Bei Neuronalen Netzen handelt es sich um eine programminterne Struktur, die für das maschinelle Lernen genutzt wird. Wie der Name bereits vermuten lässt, ist diese Methode ein Versuch das menschliche Lernen nachzuahmen.

#### 3.1 Maschinelles Lernen und menschliches Lernen

Das menschliche Gehirn ist aus sogenannten „Neuronen“ aufgebaut. Ein Neuron ist eine Nervenzelle, die elektrische oder chemische Impulse annimmt und gegebenenfalls einen elektrischen oder chemischen Impuls weitergibt. Die Nervenzellen berühren sich nicht direkt, sondern sind nur über die sogenannten Synapsen verbunden, über die diese Signale übertragen werden, sodass sich ein hoch komplexes Netzwerk von Milliarden von Neuronen ergibt.<sup>3</sup> Ein neuronales Netz

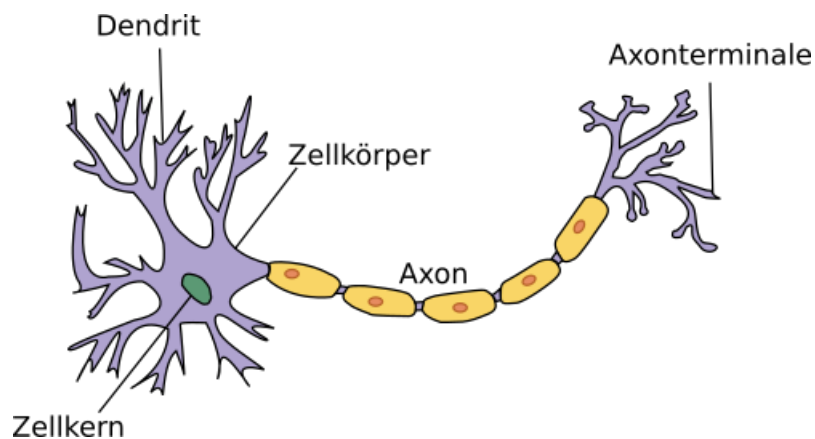


Abbildung 4: Vergleichende Darstellung eines Neurons im menschlichen Gehirn

ist ähnlich aufgebaut. Es besteht aus „Neuronen“, die eine theoretisch beliebige Anzahl von Eingaben annehmen können und mit einer entsprechenden Ausgabe reagieren, sowie Verbindungen zwischen den Neuronen. Auch das Lernprinzip entspricht dem eines Menschen. Das Netz nimmt meist Zahlen zwischen 0 und

---

<sup>3</sup>Diese Definition ist stark vereinfacht. Sie enthält ausschließlich die wesentlichen Komponenten um das menschliche Gehirn mit einem neuronalen Netz vergleichen zu können.

1 als Eingabe an und berechnet eine entsprechende Ausgabe. Es erhält anschließend die Information, wie die richtige Lösung gelautet hätte und lernt dann aus seinen Fehlern, indem es gewisse Werte, die in die Berechnung einfließen, anpasst. Analog lernt ein Mensch, indem er ausprobiert, gegebenenfalls scheitert, anschließend die richtige Antwort durch eine externe Quelle erhält und somit aus seinem Fehler lernt. Im menschlichen Gehirn verknüpfen sich dabei oft genutzte neuronale Verbindungen stärker und weniger benutzte Verbindungen bauen sich ab[2]. Die Verstärkung und der Abbau entsprechen der Änderung der Gewichtung einer Verbindung im neuronalen Netz. Die Gewichtung ist eine Eigenschaft der Verbindung, die eine zentrale Rolle in der Berechnung spielt, und soll im folgenden weiter erläutert werden. Diese Ähnlichkeiten zwischen maschinell und menschlichem Lernen sind kein Zufall, sondern viel mehr Intention. Ein neuronales Netz ist nämlich der gezielte Versuch das menschliche Lernen nachzuahmen, um maschinelles Lernen zu ermöglichen.

### 3.2 Der Aufbau eines neuronalen Netzes

Ein neuronales Netz besteht aus Neuronen und Verbindungen zwischen diesen. Eine Schicht von Neuronen wird auch als Layer bezeichnet und die Verbindungen als Kanten. Es gibt einen sogenannten „Input Layer“, der die Daten (also meißt die Zahlen von 0 bis 1), den sogenannten „Input Vector“, annimmt, eine beliebige Anzahl von sogenannten „Hidden Layers“, in denen das eigentliche Lernen statt findet, und einen sogenannten „Output Layer“, der für die Datenausgabe verantwortlich ist. Die Anzahl der Neuronen ist nach oben nicht begrenzt, wird jedoch zumeist der Aufgabe angepasst. Im Input Layer ist meist ein Neuron pro Pixel des Eingabebildes vorhanden und im Output Layer ein Neuron pro möglicher Ausgabe. Sollen also 28×28 Pixel große Bilder handgeschriebener Ziffern klassifiziert werden, so gibt es 784 Eingabeneuronen, da jedes Bild 784 Pixel groß ist<sup>4</sup>, und 10 Ausgabeneuronen, da es 10 Ziffern gibt. Jedes Neuron hat außerdem eine sogenannte Aktivierungsfunktion, die sich von Neuron zu Neuron unterscheiden kann, und jede Kante eine assoziierte Gewichtung und einen Bias. Ein neuronales Netz besteht also aus:

1. Neuronen mit gegebenenfalls verschiedenen Aktivierungsfunktionen, aufgeteilt in ein Input-, beliebig viele Hidden- und ein Output-Layer.
2. Verbindungen zwischen diesen Neuronen, die jeweils einen eigenen Bias und eine Gewichtung besitzen, und als Kanten bezeichnet werden.

---

<sup>4</sup>Um Bilder in das Netz einlesen zu können müssen die Matritzen, als die die Bilder gespeichert sind erst in einen Vektor konvertiert werden. Diesen Vorgang beschreibt man als „flattening“

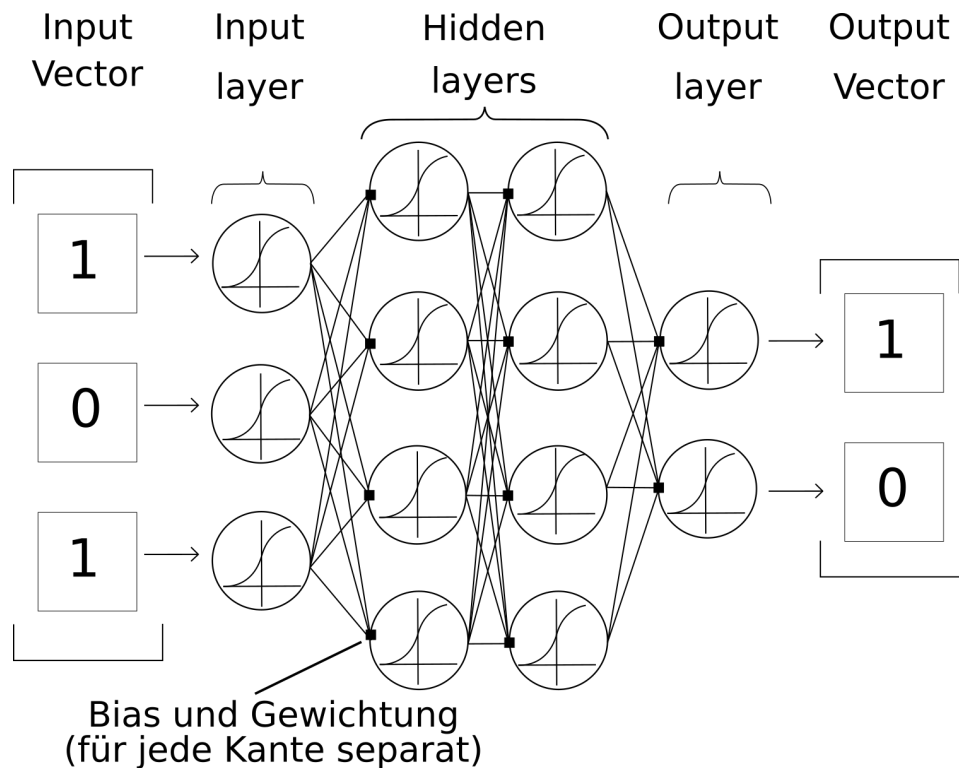


Abbildung 5: Ein einfaches neuronales Netz

Sind alle Neuronen eines Layers jeweils mit allen Neuronen des nächsten Layers verbunden, wird das Layer als „fully connected layer“ bezeichnet.

### 3.3 Berechnung des Ausgabevektors

Der Ausgabevektor wird berechnet, indem:

1. Alle Ausgaben aus der vorherigen Schicht mit der Gewichtung der korrespondierenden Kante multipliziert werden.
2. Alle gewichteten Eingabewerte summiert werden.
3. Der Bias des Neurons hinzu addiert wird.
4. Die Aktivierungsfunktion auf diesen Wert angewandt wird.

Die Aktivierungsfunktion hat dabei die Rolle die Werte zu normieren. Sie sorgt also dafür, dass alle Werte innerhalb des Netzes im Intervall  $[0, 1]$  bleiben. Es

gibt eine Vielzahl von Aktivierungsfunktionen. Die häufigste ist die in Abbildung 6 dargestellte „Sigmoid“ Funktion. Aber auch die in Kapitel 5.3 näher erläuterte „ReLu“ Funktion ist recht populär.

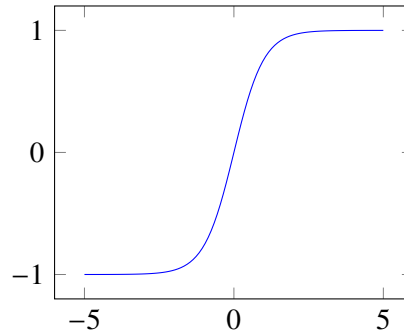


Abbildung 6: Der Plot der Sigmoid Funktion  $\sigma(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$

Im Gegensatz dazu haben Gewichtungen typischerweise etwa den doppelten Wert der Eingaben. Alle Werte werden jedoch automatisch im Lernprozess angepasst.

Die Begriffe Eingabe- und Ausgabevektor lassen bereits vermuten, dass es sich bei Neuronalen Netzen um Objekte aus dem Bereich der linearen Algebra handelt. Daher wird im Folgenden auch die Notationsweise mit Hilfe von linearer Algebra verwendet. Betrachtet man eine Ausgabe eines Neurons, wird diese als  $a_{neuron}^{(layer)}$  bezeichnet. Den Ausgabevektor des Input Layers würde man also folgendermaßen schreiben:

$$\begin{bmatrix} a_0^0 \\ a_1^0 \\ a_2^0 \\ \vdots \\ a_n^0 \end{bmatrix}$$

Die Gewichtungen  $w$  der jeweiligen Kanten werden als  $w_{(zu\ Neuron, von\ Neuron)}^{(von\ Layer)}$  notiert. „Von Layer“ bezeichnet dabei das Layer, in dem das Neuron liegt, das die Information ausgibt. „Zu Neuron“ ist der Index des Neurons im nächsten Layer, das die Information annimmt und „von Neuron“ der Index des Neurons, das die Information abgibt. Die Gewichtung der Kante, die das zweite Neuron im ersten Layer mit dem dritten Neuron im zweiten Layer verbindet, würde also als  $w_{3,2}^0$  bezeichnet werden. Dabei wird bei Null begonnen zu zählen, sodass das erste Layer und das erste Neuron den Index 0 erhält.

Die Gewichtungen aller Verbindungen eines Layers zum nächsten können also als folgende Matrix geschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} w_{0,0} & w_{0,1} & \cdots & w_{0,n} \\ w_{1,0} & w_{1,1} & \cdots & w_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{k,0} & w_{k,1} & \cdots & w_{k,n} \end{bmatrix}$$

Dabei ist  $n$  hier dieselbe Zahl wie  $n$  im Ausgabevektor, da genau so viele Ausgaben vorhanden sein müssen, wie Neuronen in diesem Layer vorhanden sind, da jedes Neuron einen Wert ausgibt<sup>5</sup>. Der Bias Vektor wird genau so wie der Ausgabevektor bezeichnet:

$$\begin{bmatrix} b_0^0 \\ b_1^0 \\ b_2^0 \\ \vdots \\ b_n^0 \end{bmatrix}$$

Beachtet man jetzt noch, dass bei jedem Neuron die Aktivierungsfunktion angewandt werden muss, ergibt sich folgende Gleichung für die Berechnung des Ausgabevektors  $\vec{o}$  aus einem Eingabevektor  $\vec{a}$  durch eine Schicht von Neuronen:

$$\vec{o} = \sigma \left( \begin{bmatrix} w_{0,0} & w_{0,1} & \cdots & w_{0,n} \\ w_{1,0} & w_{1,1} & \cdots & w_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{k,0} & w_{k,1} & \cdots & w_{k,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0^0 \\ a_1^0 \\ a_2^0 \\ \vdots \\ a_n^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0^0 \\ b_1^0 \\ b_2^0 \\ \vdots \\ b_n^0 \end{bmatrix} \right)$$

Abbildung 7: Formel zur Berechnung eines Ausgabevektors aus einem Eingabevektor durch eine Schicht von Neuronen.

Zur Vereinfachung wurde die Funktion hier auf den gesamten Ausgabevektor angewandt. Dies ist korrekt, sofern alle Neuronen eines Layers dieselbe Aktivierungsfunktion aufweisen. Dies muss natürlich nicht immer so sein. Sind die Aktivierungsfunktionen der Neuronen eines Layers verschieden, so wird die Aktivierungsfunktion des jeweiligen Neurons separat auf das korrespondierende Element des Vektors  $W \cdot \vec{a} + \vec{b}$  angewandt.

<sup>5</sup>Es existieren auch Neuronen, die Daten verwerfen. Diese kommen im hier betrachteten Typ von neuronalem Netz allerdings nicht vor und werden daher der Einfachheit halber außen vor gelassen.

### 3.4 Der Lernprozess

Der Lernprozess gliedert sich in wenige wesentliche Schritte. Zuerst wird unter Verwendung des oben beschriebenen Prozesses aus einem Eingabevektor ein Ausgabevektor berechnet. Diese Berechnung wird im Lernprozess extrem oft durchgeführt, weshalb sich neuronale Netze besonders schnell auf Grafikkarten trainieren lassen, da diese für mathematische Operationen im Bereich der linearen Algebra wie Matrizenmultiplikation oder Addition optimiert sind, und daher oft auch als Vektorprozessoren bezeichnet werden.

Dieser Ausgabevektor wird nun, mit Hilfe einer Fehlerfunktion, mit dem erwarteten Ausgabevektor verglichen. Je größer dabei die Differenz zwischen erwartetem Ausgabevektor und tatsächlichem Ausgabevektor ist, desto größer ist der Wert der Fehlerfunktion. Der Ausgabewert dieser Fehlerfunktion wird als „Fehler“ oder auch als „Kosten“ bezeichnet. Wenn also das Minimum dieser Fehlerfunktion bestimmt wird, wird der Fehler minimiert, und die tatsächliche Ausgabe des Netzes nähert sich der korrekten Ausgabe immer weiter an.

Eine Methode dieses Minimum zu finden, ist das Gradientenverfahren. Nachdem mit Hilfe dieses Verfahrens der Fehler minimiert wurde, werden die Parameter, also die Gewichtungen und Biases<sup>6</sup>, des neuronalen Netzes entsprechend angepasst. Diesen Prozess der Fehlerminimierung mittels des Gradientenverfahrens und der anschließenden Anpassung der Werte bezeichnet man auch als „Backpropagation“. Es existieren auch noch andere Verfahren zur Fehlerminimierung, der Einfachheit halber soll hier aber nur Backpropagation erläutert werden.

### 3.5 Fehlerfunktionen

Es existiert eine Vielzahl von Fehlerfunktionen, die alle für unterschiedliche Anwendungsgebiete passend sind. Im Groben lassen sich allerdings Fehlerfunktionen, die für Klassifizierungsprobleme geeignet sind, von solchen unterscheiden, die für Regressionsprobleme geeignet sind.

#### 3.5.1 MSE – Durchschnittlicher quadratischer Fehler

Der sogenannte durchschnittliche quadratische Fehler ist eine häufig genutzte Fehlerfunktion für Regressionsprobleme, die nicht nur für Regression im Bereich des maschinellen Lernens Verwendung findet, sondern auch bei statistischer Regression populär ist. Die englische Bezeichnung lautet „Mean squared error“, woraus sich auch die Abkürzung „MSE loss“ ergibt. Sie ist wie in Abbildung 8 dargestellt, definiert.

---

<sup>6</sup>Es gibt Netzarten, die mehr anpassbare Parameter aufweisen.



$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}$$

Abbildung 8: Die Gleichung für den durchschnittlichen quadratischen Fehler

Wie der Name vermuten lässt, gibt diese Fehlerfunktion den Durchschnitt der quadrierten Differenzen zwischen dem vorausgesagten und dem tatsächlichen Ergebnis an. Aufgrund der Quadrierung des Fehlers werden durch diese Funktion stark abweichende Werte wesentlich stärker gewichtet, als weniger abweichende Werte. Ihr Gradient ist außerdem einfach berechenbar, was für das Gradientenverfahren später relevant ist.[3]

### 3.5.2 MAE – Durchschnittlicher absoluter Fehler

Bei dem durchschnittlichen absoluten Fehler handelt es sich ebenfalls um eine Fehlerfunktion, die für Regressionsprobleme eingesetzt wird. Die englische Bezeichnung lautet „Mean absolute error“. Sie ist ähnlich wie der durchschnittliche quadratische Fehler definiert.

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n}$$

Abbildung 9: Die Gleichung für den durchschnittlichen absoluten Fehler

Auch hier wird die „Richtung“ des Fehlers, in diesem Fall durch die Normierung, verworfen. Außerdem ist diese Fehlerfunktion nicht so anfällig gegenüber Ausreißern in den Daten, da dieser Fehler nicht quadriert wird. Ein Nachteil des durchschnittlichen absoluten Fehlers ist allerdings die höhere Komplexität zur Berechnung des Gradienten.[3]

### 3.5.3 Kreuzentropiefehler

Der Kreuzentropiefehler ist die am häufigsten verwendete Fehlerfunktion für Klassifizierungsprobleme. Sie gibt den Fehler für eine Klassifizierung an, die den gegebenen Klassen Wahrscheinlichkeiten im Intervall  $I = [0; 1]$  zuordnet. Dabei steigt der Fehler stärker, je weiter sich die Vorhersage vom tatsächlichen Wert entfernt. Wie aus Abbildung 10 hervorgeht, wird also sicheren, aber falschen Vorhersagen der höchste Fehlerwert zugeordnet.

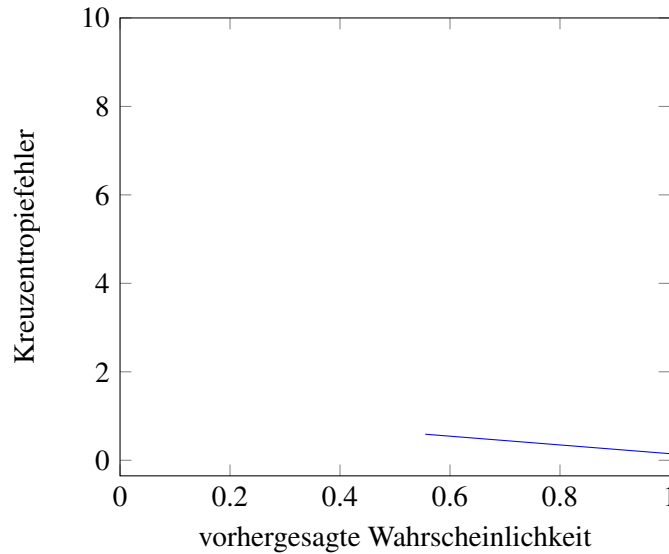


Abbildung 10: Der Graph der Kreuzentropie-Fehlerfunktion, wenn das tatsächliche Label 1 ist

Der Fehler steigt also mit zunehmender Abweichung der Vorhersage zum tatsächlichen Label rapide an.

Mathematisch ist der Kreuzentropiefehler nach der Funktion in Abbildung 11 definiert, wobei  $y$  einen Binärindikator darstellt, der angibt, ob das zu klassifizierende Objekt tatsächlich zur Klasse gehört (dann ist er 1), und  $p$  die vorausgesagte Wahrscheinlichkeit, ob das Objekt zur Klasse gehört, beschreibt.

$$\text{CrossEntropyLoss} = -(y \ln(p) + (1 - y) \ln(1 - p))$$

Abbildung 11: Die Gleichung für den Kreuzentropiefehler

Hier fällt auf, dass, falls das Label 0 ist, der linke Teil der Gleichung wegfällt, und falls es 1 ist, der rechte. Wenn berechnetes und tatsächliches Label identisch sind, ist der Fehler stets 0.

Existieren mehr als 2 Klassen handelt es sich also nicht mehr um eine Binärklassifizierung müssen die Fehler nach der Gleichung in Abbildung 12 summiert werden.

Dabei gibt  $M$  die Anzahl der Klassen an,  $c$  das Label für die Klasse und  $o$  die berechnete Klassifizierung für diese Klasse.

$$CrossEntropyLoss(M) = - \sum_{c=1}^M y_{o,c} \ln(p_{o,c})$$

Abbildung 12: Die Gleichung für den durchschnittlichen absoluten Fehler

### 3.6 Gradientenverfahren und Backpropagation

Das Gradientenverfahren ist ein Verfahren, um das Minimum einer Funktion zu finden. Die Funktion, deren Minimum gefunden werden soll, ist in diesem Fall die Fehlerfunktion. Diese ist von allen Gewichtungen und Biases des Netzwerkes abhängig, da sie direkt vom Ausgabevektor des Netzes abhängig ist. Der Gradient dieser Funktion ist in Abbildung 13 dargestellt.

$$\nabla C(w_1, b_1, \dots, w_n, b_n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial w_1} \\ \frac{\partial C}{\partial b_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial C}{\partial w_n} \\ \frac{\partial C}{\partial b_n} \end{bmatrix}$$

Abbildung 13: Die Gleichung für den Gradienten der Fehlerfunktion

Um also das Ergebnis „richtiger“ zu machen, müssen alle Gewichtungen und Biases negativ zu diesem Gradienten angepasst werden, da der Gradient ja in Richtung Hochpunkt zeigt. Diese Anpassung erfolgt, indem das Netz vom Ausgabebereich an deshalb heißt das Verfahren Backpropagation durchgegangen wird, und die Gewichtungen und Biases angepasst werden.

Oft wird zur Veranschaulichung des Gradientenverfahrens die Analogie eines Balles verwendet, der einen Hügel hinunter rollt. Er findet den Tiefpunkt, indem er hinab rollt. Dabei wirkt immer automatisch eine Kraft nach unten.

#### 3.6.1 Lernrate

Eine wichtige Rolle dabei spielt die sogenannte „Lernrate“  $\eta$ , mit der die Änderung nach der Formel in Abbildung 14 berechnet wird.

Diese Lernrate ist notwendig um, nicht über das Minimum „hinweg zu springen“. Sollte sie zu groß sein, passiert genau dies, da die Anpassungen der Parameter in zu großen Schritten erfolgt. Sollte sie hingegen zu klein sein, lernt das Netz sehr langsam. Typische Werte sind abhängig von der zu erlernenden Aufgabe, liegen

$$w_{neu}^n = w_{alt}^n - \eta \times \frac{\partial C}{\partial w^n}$$

Abbildung 14: Die Gleichung für die Anpassung eines einzelnen Parameters

jedoch in der Regel bei etwa 0.01 bis 0.0001<sup>7</sup>.

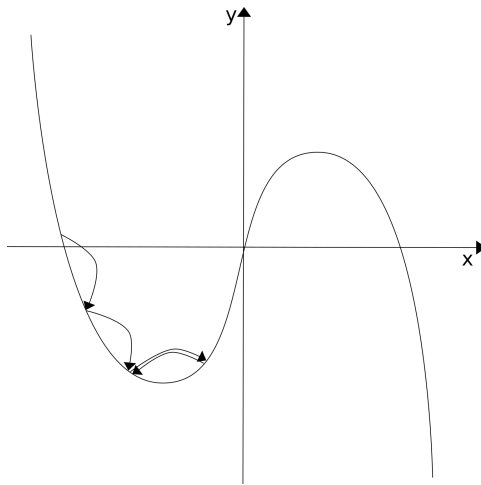


Abbildung 15:  $\eta$  ist hier zu groß gewählt.

Abbildung 15 stellt dar, wieso das Minimum nicht erreicht werden kann, falls die Lernrate zu groß gewählt wurde. Es ist zu sehen, dass der Parameter immer gleich viel geändert und dabei das Minimum übersprungen wird, da die Lernrate konstant zu groß ist. Dieses Problem kann behoben werden, indem eine adaptive Lernrate verwendet wird. Dabei verringert sich die Lernrate im Laufe des Lernprozesses, sodass zu Beginn die Vorzüge des schnellen Lernens genutzt werden können und am Ende trotzdem ein hoher Grad an Präzision erreicht werden kann.

### 3.7 Verschiedene Layerarten

Mit Hilfe von maschinellem Lernen lassen sich eine Vielzahl von Aufgaben bewältigen. Entsprechend komplex müssen Neuronale Netze aber auch sein. Daher ist es notwendig, Neuronen zu entwickeln, die andere Fähigkeiten aufweisen, als das einfache im sogenannten „Linear Layer“ verwendete Neuron. Da man in der

<sup>7</sup>Dies ist ein bloßer Erfahrungswert. Maschinelles Lernen erfordert oft sehr viele Versuche, weshalb nicht genau festgelegt werden kann, wann welche Lernrate optimal ist.

Regel nur eine Art von Neuronen in einem Layer verwendet, wird das gesamte Layer nach der verwendeten Neuronenart benannt. Die unten beschriebenen Layerarten werden vor allem in einer Klasse von neuronalen Netzen verwendet, die als „Convolutional neural networks“ bezeichnet werden. Sie werden meist im Bereich der komplexen fragmentbasierten Bilderkennung eingesetzt, da sie besonders gut geeignet sind, um Kanten oder gewisse Teile eines Bildes wie zum Beispiel Merkmale eines Gesichtes zu erkennen.

### 3.7.1 Convolutional Layers

Convolutional Layers weisen eine fundamental andere Funktionsweise als lineare Layers auf. Sie nehmen zwar ebenfalls rationale Zahlen an und geben rationale Zahlen aus<sup>8</sup>, berechnen die Ausgabe jedoch nicht nur mit Hilfe einer Aktivierungsfunktion, sondern unter der Verwendung sogenannter „Filter“. Diese Filter sind eine  $m \times n$  große Matrix, die auch als „Kernel“ bezeichnet wird. Der Kernel wird dabei über die Eingabematrix bewegt (daher der Name convolution) und erzeugt eine Ausgabematrix. Dafür wird der betrachtete Abschnitt der Eingabematrix  $A$  und des Kernels  $B$  skalar multipliziert, wobei das Skalarprodukt als Frobenius-Skalarprodukt, also als

$$\langle A, B \rangle = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{ij}$$

definiert ist. Die Matrizen werden also komponentenweise multipliziert und diese Produkte dann summiert.

Dies ist in Abbildung 16 verbildlicht.

---

<sup>8</sup>Im Folgenden werden zweidimensionale convolutional Layers betrachtet, da diese einfacher vorstellbar sind. Sie nehmen dann eine Matrix rationaler Zahlen an und geben auch eine Matrix rationaler Zahlen aus. Dies korrespondiert mit dem Anwendungsbereich der Erkennung von schwarz-weiß-Bildern.

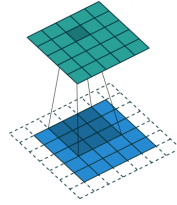


Abbildung 16: Eine Verbildlichung der Vorgänge in einem convolutional Layer. Das blaue Raster stellt die Eingabe dar, das grüne die Ausgabe.

Ein Filter kann ganz verschiedene Werte aufweisen. So können Filter der Form

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Abbildung 17:  
Erkennt obere  
horizontale  
Kanten

Abbildung 18:  
Erkennt linke  
vertikale  
Kanten

Abbildung 19:  
Erkennt untere  
horizontale  
Kanten

Abbildung 20:  
Erkennt rechte  
vertikale  
Kanten

beispielsweise zur einfachen Kantenerkennung genutzt werden. Zur Veranschaulichung wurden diese Filter auf das Beispielbild in Abbildung 21 angewandt. Das Ergebnis ist in Abbildung 22 dargestellt.

Der jeweils dunkel dargestellte Bereich kann als das identifiziert werden, was vom convolutional Layer als Kante erkannt wurde. Hier werden eindeutige Limitationen deutlich: Es kann nur als Kante erkannt werden, was auch eindeutig senkrecht oder waagerecht ist. Außerdem kann es zu Fehlentscheidungen kommen.

Die Kernels werden natürlich nicht per Hand initialisiert und angepasst, sondern setzen sich aus Parametern zusammen, die im Laufe des Lernprozesses durch das Netz anpassbar sind. Das Netz kann also die Filtermatrix selber verändern. Die Filter werden meist mit Zufallswerten initialisiert und dann während des Lernens angepasst. Ferner muss ein Kernel auch nicht immer drei Einheiten breit sein, sondern kann jede Größe  $\geq 2$  annehmen. Je nachdem, wie sich der Kernel über die Eingabematrix bewegt, ist außerdem ein sogenanntes „Padding“ nötig,

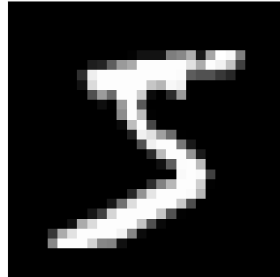


Abbildung 21: Das Beispielbild aus dem Mnist Datensatz



Abbildung 22: Die jeweils oben stehenden Filter wurden auf das Beispielbild angewandt.

da gegebenenfalls Werte betrachtet werden müssten, die nicht in der Eingabematrix liegen. In der Regel werden daher alle Werte, die nicht in der Eingabematrix vorhanden sind, durch 0 ersetzt. Das Padding ist in Abbildung 16 in der Eingabematrix weiß dargestellt. Es ist eine Art „Rand aus Nullen“, der um das Bild gelegt wird.

Hintereinander können convolutional Layers auch ganze Elemente eines Bildes erkennen. Erkennt das erste Layer wie oben gezeigt beispielsweise Kanten, so kann das Layer darauf Kombinationen aus diesen, wie beispielsweise Ecken oder Winkel, erkennen. Wie gefilterte Bilder für sogenannte „High-Level-Features“ aussehen können, ist in Abbildung 23 dargestellt. Die Ausgabebilder von Convolutional Layers werden als „Feature map“ bezeichnet.

Das bemerkenswerte an Convolutional Layers ist vor allem, dass durch ähnliche Optimierungsalgorithmen auch hier maschinelles Lernen möglich ist, sich ein neuronales Netz diese Filter also selbstständig beibringen kann.

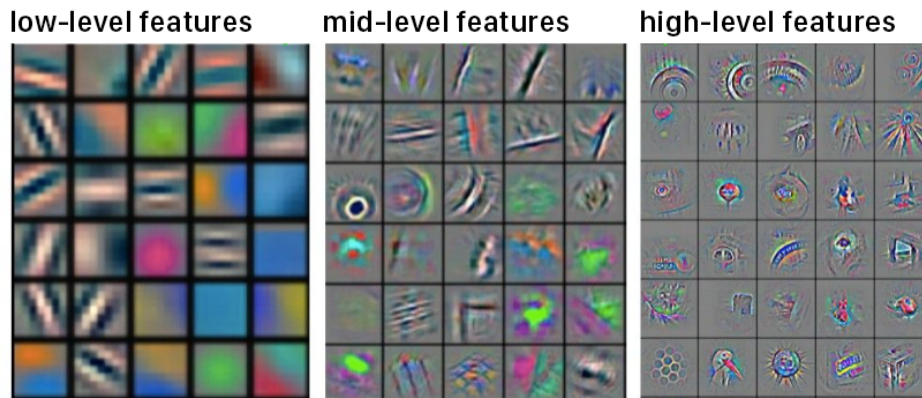


Abbildung 23: Beispiele für low- mid- und high-level Features in Convolutional Neural Nets

### 3.7.2 Pooling Layers

Pooling Layers werden ebenfalls hauptsächlich in Convolutional Neural Networks verwendet. Sie werden nach Convolutional Layers genutzt, um das Ausgabebild herunterzutakten, also verlustbehaftet zu komprimieren. Dabei wird die Feature Map im wesentlichen zusammengefasst, um die Datenmenge, die das folgende Convolutional Layer erhält, zu reduzieren und sie Verschiebungen im Originalbild gegenüber immuner zu machen. Das ist notwendig, weil die Convolutional Layers die Features lokal sehr begrenzt erkennen und daher eine kleine Verschiebung des Originalbildes zur Folge haben kann, dass im folgenden Convolutional Layer die Kombination der Features gegebenenfalls nicht richtig erkannt wird. Das Pooling Layer kann diesem Effekt entgegenwirken, indem es die Features zusammenfasst. So kann aus einer ganzen Kante beispielsweise ein einziger Pixel werden.

Es werden im Wesentlichen zwei Techniken zum Pooling eingesetzt.

1. Max Pooling (Abbildung 24)
2. Average Pooling (Abbildung 25)

Sie unterscheiden sich darin, wie die zu komprimierenden Werte miteinander verrechnet werden, sind ansonsten jedoch identisch.

Beim Pooling wird die Eingabematrix in Submatritzen partitioniert<sup>9</sup>. Jede Sub-

<sup>9</sup>Hier ist die mengentheoretische Partitionierung gemeint. Eine Menge wird in nicht leere Teilmengen unterteilt, sodass jedes Element der Ausgangsmenge in genau einer der Teilmengen enthalten ist.



matrix stellt später einen Pixel in der Ausgabematrix dar. Hier unterscheiden sich jetzt Max- und Average- Pooling. Beim Max Pooling ist der neue Wert der höchste Wert aus dieser Submatrix, beim Average Pooling wird der Durchschnitt aller Werte der Submatrix gebildet und als neuer Wert verwendet.

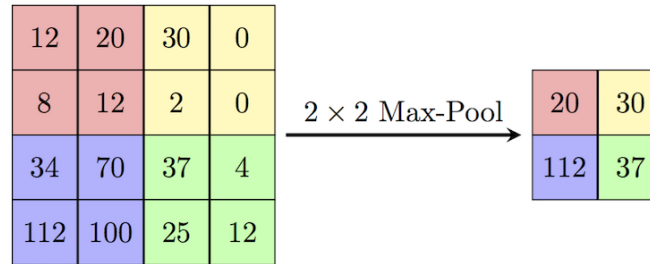


Abbildung 24: Max Pooling mit  $2 \times 2$  großen Submatritzen

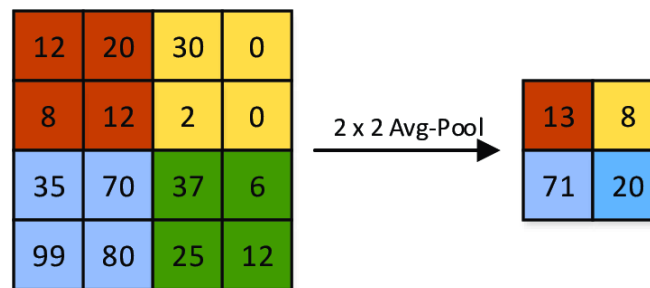


Abbildung 25: Average Pooling mit  $2 \times 2$  großen Submatritzen

Die Dimension der Submatritzen beträgt meist  $2 \times 2$ . In Abbildung 26 ist dargestellt, wie Pooling konkret auf das im letzten Abschnitt beschriebene Bild angewandt aussieht. Dafür sind in der ersten Zeile die  $28 \times 28$  Pixel großen Bilder dargestellt, die das Convolutional Layer mit Hilfe der Kantenerkennungsfiler berechnet hat. In Zeile zwei wurde auf die jeweils darüber stehenden Bilder Max Pooling angewandt, in Zeile drei auf dieselben Bilder Average Pooling. Die Bilder sind nach dem Pooling  $14 \times 14$  Pixel groß.

## 4 PyTorch

Pytorch ist ein von der Facebook Research Group entwickeltes Framework für maschinelles Lernen in Python. Es ermöglicht Programmierern, maschinelles Ler-

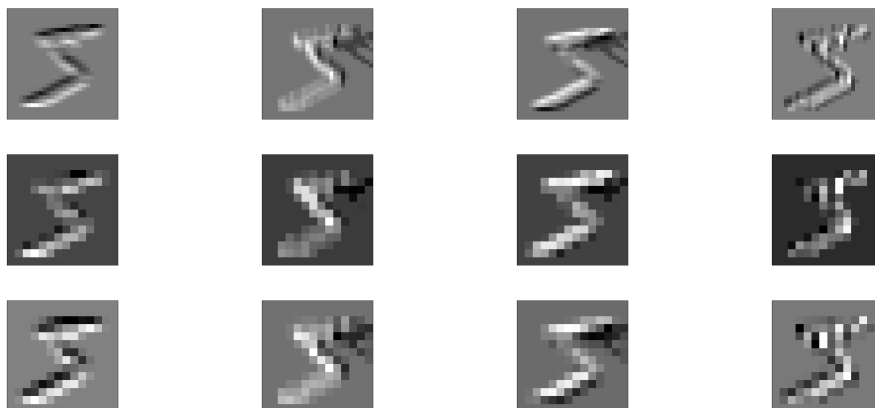


Abbildung 26: Gegenüberstellung von Max und Average Pooling

nen einfach und hochoptimiert umzusetzen. Dafür stellt es unter anderem eine Schnittstelle für Grafikkarten bereit und liefert viele Funktionen, die oft benötigt werden. So muss beispielsweise die Gradientenberechnung oder die Berechnung der Fehlerfunktion nicht in jedem Projekt erneut implementiert werden. Die Grundlage der Pytorch Library ist der Datentyp „Tensor“. Dabei handelt es sich im wesentlichen um eine Matrix, die optimierte Funktionen für maschinelles Lernen aufweist und auf Grafikkarten transferiert werden kann. Alle Daten werden in Form dieser Tensoren gespeichert und verarbeitet. Sollen also Bilder erkannt werden, müssen diese erst zu Tensoren konvertiert werden. Neben den Fehlerfunktionen und der Gradientenberechnung ist besonders die Einfachheit, mit der ein Netz in Pytorch definiert werden kann, bezeichnend. Pytorch ermöglicht es also, dass die Entwicklung auf die Logik selber fokussiert sein kann und trotzdem komplexe mathematische Funktionen verwendet werden können. Häufig genannte Alternativen zu Pytorch sind die Frameworks „Tensorflow“ oder „Keras“. Tensorflow wird von Google entwickelt und ist auch für andere Sprachen als Python verfügbar.

## 4.1 Datenvorbereitung

Wie bereits erwähnt, müssen die Daten erst vorbereitet werden. Dies kann unter Umständen das größte Problem bei einem Projekt, das maschinelles Lernen involviert, darstellen, da die Datenvorbereitung sehr komplex werden kann. In einem einfachen Fall liegt der Datensatz bereits in Pytorchs interner Datenlibrary „Torchvision“ vor und muss nur noch geladen werden. Im komplexesten Fall, kann es allerdings notwendig werden, mehrere sogenannte „Transforms“ auf die Daten

anzuwenden. Das sind kleine Funktionen, die die Daten verändern. Sie schneiden beispielsweise das Eingabebild zu, normalisieren es oder wenden eine vollständig selbst definierte Funktion darauf an.

In ein neuronales Netz können immer nur Bilder der gleichen Größe gegeben werden, da die Größe der Eingabetensoren konstant ist und die Form des Eingabelayers definiert. Ist also ein Datensatz gegeben, in dem zum Beispiel einige Bilder im hoch und einige im Querformat vorliegen, müssen diese erst durch geschicktes Zuschneiden und verschieben auf eine Größe gebracht werden. Auch dafür lassen sich Transforms verwenden. Liegen die Daten allerdings nicht als Bilder vor, müssen gegebenenfalls angepasste Algorithmen angewandt werden um diese Daten zu Tensoren zu konvertieren.

Aufgrund der Vielseitigkeit von PyTorch ist es ebenfalls möglich andere Libraries einzubinden um vor der Konvertierung der Bilder zu einem Tensor zum Beispiel einen Kantenerkennungsalgorithmus darauf anzuwenden. Im einfachsten Fall stellt sich das Laden der Daten wie in Abbildung 27 dar.

---

```
1 from torchvision import transforms, datasets
2
3 train = datasets.MNIST('./datasets', train=True, download=True,
4 transform=transforms.Compose([
5     transforms.ToTensor()
6 ]))
7
8 test = datasets.MNIST('./datasets', train=False, download=True,
9 transform=transforms.Compose([
10     transforms.ToTensor()
11 ]))
12
13 trainset = torch.utils.data.DataLoader(train, batch_size=200, shuffle=True)
14 testset = torch.utils.data.DataLoader(test, batch_size=10, shuffle=False)
```

---

Abbildung 27: Der Code zum Laden des MNIST Datensatzes

Der Code lädt zwei Datensätze. Einen zum testen und einen zum trainieren. Anschließend wird aus diesen je ein DataLoader erstellt, um über die Daten iterieren zu können. In Zeile 1 werden dafür zunächst alle nötigen Funktionen importiert. Die Zeilen 3 bis 6 sind für das eigentliche Laden der Daten zuständig. Die Funktion `datasets.MNIST()` nimmt dabei vier Parameter an:

1. `'./datasets'` Dieser Parameter gibt den Speicherort für den heruntergeladenen Datensatz an
2. `train` Dieser Booleanparameter gibt an, ob es sich bei diesem Datensatz um den Trainingsdatensatz oder um den Testdatensatz handeln soll.
3. `download` Mit diesem Parameter wird festgelegt ob der Datensatz heruntergeladen werden soll, oder jedes mal erneut aus dem Internet abgerufen werden soll.
4. `transform` Hier werden die Transforms angegeben, die auf die geladenen Daten angewandt werden sollen. In diesem Fall wurde der Ansatz `transforms.Compose([transforms.ToTensor()])` gewählt. `transforms.Compose()` ist dabei dafür verantwortlich die Transforms im Array zu kaskadieren, also nach einander auf die Eingabedaten anzuwenden. `transforms.ToTensor()` ist der häufigste Transform. Er wird eingesetzt um Bilddaten in einen Tensor umzuwandeln.

In Zeile 13 wird dann der DataLoader erstellt. Er nimmt folgende Parameter an:

1. Der erste Parameter ist der Datensatz aus dem der DataLoader erstellt werden soll
2. `batch_size` Ist ein Parameter, der eine ganz fundamentale Variable beim maschinellen Lernen durch neuronale Netze festlegt: die Batch size. Die Tensoren werden nämlich nicht einzeln, sondern in sogenannten minibatches in das Netz gegeben. Es wird mit Durchschnittswerten über diese Tensoren in einer Minibatch gerechnet. Dies dient der Reduktion der Rechenzeit. Batching kann veranschaulicht werden, indem man sich vorstellt, dass die „Eingabebilder“ hinter einander geklebt und alle gleichzeitig betrachtet werden. Die Batch size gibt dann analog an, wie viele Bilder hinter einander geklebt werden. Je höher die Batch size, desto höher ist die Speicherauslastung auf der Grafikkarte und desto ungenauer ist das Ergebnis, da über mehr Werte der Durchschnitt gerechnet wird. Mit höherer Batch size sinkt allerdings auch die Rechenzeit massiv.
3. `shuffle` gibt lediglich an, ob die Reihenfolge der Daten randomisiert werden soll. Dies ist wie am Anfang bereits erwähnt ein sehr nützlicher Parameter um overfitting vorzubeugen.

Über den entstandenen DataLoader kann jetzt in einer konventionellen Schleife iteriert werden, da die Klasse DataLoader die MagicMethod `__iter__` im-

plementiert. Der DataLoader gibt dabei Tupel der Form (Batch von Bildern als Tensoren, Batch von Labels als Klassenindices) zurück.

## 4.2 Definieren des Netzes

Das Definieren des Netzes ist in Pytorch bereits sehr einfach möglich, bietet jedoch dennoch extreme individuelle Anpassungsmöglichkeiten. Um ein Netz zu definieren muss zunächst eine neue Klasse erstellt werden, die Subklasse von `nn.Module` ist. Im Konstruktor wird dann angegeben, welche Layers das Netz haben soll. Es muss außerdem die Methode `forward(self, x)` implementiert werden. Diese spezifiziert, wie mit den Daten innerhalb des Netzes verfahren wird. Eine möglichst einfache Definition eines Netzes ist in Abbildung 28 gegeben.

---

```
1 class Net(nn.Module):
2     def __init__(self):
3         super().__init__()
4         self.fc0 = nn.Linear(28 * 28, 64)
5         self.fc1 = nn.Linear(64, 120)
6         self.fc2 = nn.Linear(120, 10)
7
8     def forward(self, x):
9         x = F.relu(self.fc0(x))
10        x = F.relu(self.fc1(x))
11        x = self.fc2(x)
12        return F.log_softmax(x)
```

---

Abbildung 28: Code um ein einfaches Netz in Pytorch zu definieren

Dieses Netz hat nur drei Layers: Ein Eingabelayer (`fc0`), das genau die Größe der Eingabedaten ( $28 \times 28$ ) aufweist, ein hidden Layer (`fc1`), das 64 Skalare annimmt und 120 Skalare ausgibt und ein Ausgabelayer (`fc2`), das 120 Skalare annimmt und 10 ausgibt. Dass `fc2` 10 Ausgabeneuronen besitzt ist kein Zufall, sondern liegt darin begründet, dass dieses Klassifizierungsnetz genau 10 Klassen unterscheiden soll. Die Größe von `fc1` ist jedoch völlig frei gewählt. Es ist allerdings wichtig Acht zu geben, dass die Layers die Daten auch an einander weitergeben können. Ein Layer muss also stets so viele Ausgaben aufweisen, wie das Layer, an das die Daten weitergegeben werden sollen, Eingaben besitzt.

Die `forward(self, x)` Funktion definiert, wie die Daten innerhalb des Netzes

weitergegeben werden sollen. Hier werden sie erst in `fc0` gegeben, dann wird auf die Ausgabe aus `fc0` die Aktivierungsfunktion „ReLU“ (REctified Linear Unit) angewandt. Die Ausgabe daraus wird dann in das hidden Layer `fc1` gegeben und die Aktivierungsfunktion wird erneut angewandt. Im Output Layer geschieht dies nicht. Abschließend wird die Ausgabe von `F.log_softmax` zurück gegeben. Dies wendet erst einen SoftMax und dann einen Logarithmus auf die Daten an [6] um diese zu normalisieren und ist in Klassifizierungsnetzwerken oft nötig um sogenannte „One hot Vektoren“ zu erstellen. Herkömmliche Ausgabevektoren haben einen Wert für jede Klasse und geben an wie wahrscheinlich das Netz die Eingabedaten dieser Klasse zuordnet. In One hot Vektoren ist immer der höchste Wert 1 und alle anderen Werte sind 0.

Da die Netze als Klassen definiert werden und der interne Datenverkehr in der `forward(self, x)` Funktion abläuft, sind neuronale Netze in Pytorch also sehr anpassbar. So wäre es beispielsweise kein Problem zwischen Input und hidden Layer die Daten mit 2 zu multiplizieren (dafür würde man zwischen Zeile 9 und 10 den Code „`x = x * 2`“ einfügen), auch wenn dies in den meisten Anwendungsbereichen keinen Sinn hätte. Pytorch kombiniert mit dieser Art Netze zu definieren also eine umfangreiche Flexibilität mit einfacher Bedienbarkeit.

### 4.3 Trainieren des Netzes

Das Trainieren des Netzes erfolgt in der sogenannten „Training Loop“. Also in einer Schleife, die über den Datensatz iteriert. Zumeist steht diese noch in einer Schleife, die über die Epochenzahl iteriert. In der Training loop wird ein Element des Datensatzes gelesen, in das Netz gegeben, die Ausgabe wird mit dem Label verglichen und schließlich werden die Parameter des Netzes angepasst. Der Code dafür ist in Abbildung 29 dargestellt.

In Zeile 1 wird dafür zunächst das Netz instanziiert. In Zeile 3 und 4 wird bestimmt ob eine Grafikkarte zum trainieren verfügbar ist und diese wird gegebenenfalls genutzt. Auch wird ausgegeben, auf welchem Gerät das Netz trainiert wird. Der Code in Zeile 6 verschiebt das Netz auf die Grafikkarte, um dort mit diesem rechnen zu können. In Zeile 8 wird die Fehlerfunktion definiert, hier der Kreuzentropiefehler. In der nächsten Zeile wird der sogenannte „Optimizer“ instanziiert. Dieser berechnet später die Gradienten und passt die Parameter des Netzes an. Der Optimizer, der hier gewählt wurde nennt sich „Adam“. Es handelt sich um einen gradienten basierten Optimierungsalgorithmus, der von Diederik P. Kingma und Jimmy Ba entwickelt wurde [7]. Eine Liste aller implementierten Optimierungsalgorithmen ist in der PyTorch Dokumentation unter <https://pytorch.org/docs/stable/optim.html> gegeben. In Zeile 11 folgt nun die Schleife, die über die Anzahl der Epochen iteriert, in der nächste Zeile die Train loop.

---

```

1 net = Net()
2
3 device = torch.device("cuda:0" if torch.cuda.is_available() else "cpu")
4 print('running on %s' % device)
5
6 net = net.to(device)
7
8 loss_function = nn.CrossEntropyLoss()
9 optimizer = optim.Adam(net.parameters(), lr=LEARNING_RATE)
10
11 for epoch in range(EPOCHS):
12     for data in trainset:
13         X, y = data
14         net.zero_grad()
15         X = X.to(device)
16         output = net(X.view(-1, n * n))
17         output = output.cpu()
18         loss = loss_function(output, y)
19         loss.backward()
20         optimizer.step()
21
22     net = net.cpu()
23     torch.save(net, './nets/net_' + str(epoch) + ".pt")
24     net = net.to(device)

```

---

Abbildung 29: Code um das Netz auf einem Datensatz zu trainieren

Sie iteriert pro Epoche ein mal über den Datensatz. In Zeile 13 werden die Daten entpackt, da diese als Tupel vorliegen. `X` stellt dabei eine batch von Eingabevektoren dar, `y` eine Batch von Features. Zeile 14 setzt die Gradienten auf 0 zurück. Dies ist notwendig, da diese sonst aufsummiert würden. Die Parameter würden also nicht nur den Gradienten aus diesem Schleifendurchgang entsprechend angepasst werden, sondern entsprechend zu einer Suppe aus allen Gradienten. Das würde das Ergebnis verfälschen. Der Befehl in Zeile 15 verschiebt auch den Eingabevektor auf die Grafikkarte, da alle Daten, mit denen das Netz rechnen soll erst auf dieser sein müssen. In Zeile 16 wird dann die Ausgabe des Netzes aus den Daten berechnet. Hier wird eine weitere Einfachheit von PyTorch deutlich: Um eine Ausgabe eines Netzes zu berechnen reicht der Befehl `output = net(input)`

völlig aus. `X.view(-1, n * n)` wandelt den 2-dimensionalen<sup>10</sup> Tensor des Eingabebildes in einen Eingabevektor um. Auch hier muss das batching wieder beachtet werden, daher die `-1`.  $n \times n$  stellt nämlich die Größe der Eingabebilder dar und `-1` passt den ersten Wert automatisch an den zweiten an, entspricht hier also immer der Batch size. Nachdem der Ausgabevektor berechnet wurde wird er zunächst auf die CPU verschoben, da dort der Fehler berechnet wird und anschließend mit Hilfe der Fehlerfunktion mit dem Label verglichen. Dies geschieht in Zeile 17 und 18. `loss.backward()` in Zeile 19 sorgt dann dafür, dass der Optimizer alle Anpassungen berechnet um sie in Zeile 20 anzuwenden. Der weitere Code dient dazu jede Epoche das Netz in einer Datei abzuspeichern. Dafür muss es erst auf die CPU verschoben werden und danach wieder zurück auf die Grafikkarte.

#### 4.4 Pytorch und weights and biases

In den im folgenden erläuterten Projekten wurde ein Framework namens weights and biases verwendet. Es erlaubt während des Trainingsprozesses auf einer Seite Parameter des Netzes und wichtige Charakteristika des Lernprozesses sowie Eigenschaften der Hardware zu tracken. Da es mit Pytorch gut kompatibel ist sind hierfür nur wenige Zeilen Code notwendig. Zunächst wird mit `wandb.init(project='Beispielprojekt')` das Projekt initialisiert. Danach muss angegeben werden, welches Netz betrachtet werden soll. Dafür verwendet man nachdem das Netz initialisiert wurde den Befehl `wandb.watch(model)`, wobei `model` der Instanz des Netzes entspricht. Danach kann einfach über `wandb.log({'loss': loss})` Zum Beispiel in der Training loop jedes Mal der Fehler mitgeschrieben werden.

## 5 Ein Klassifizierungsnetzwerk für handgeschriebene Ziffern

Die Klassifizierung handgeschriebener Ziffern aus dem MNIST Datensatz stellt etwa die „Hello world“ Aufgabe des maschinellen Lernens dar. Sie ist gut zum Erlernen der verschiedenen Algorithmen geeignet, extrem gut Dokumentiert und daher leicht nachvollziehbar und ein Paradebeispiel eines Klassifizierungsproblems. Wenn man sich mit maschinellern Lernen beschäftigt ist es also sehr wahrscheinlich, dass man als aller erstes ein Klassifizierungssystem für den MNIST

---

<sup>10</sup>Streng genommen ist der Tensor der Bilder aus dem Datensatz nicht 2, sondern 4-dimensional. Er weist die Dimensionen  $Batch\_size \times Kanalanzahl \times n \times n$  auf. Die Kanalanzahl entspricht bei Bildern den Farbkanälen, liegt bei schwarz-weiß Bildern also bei 1 und sonst bei 3 bis 4 für RGBA



Datensatz programmieren wird.

## 5.1 Aufgabe

Die Aufgabe besteht darin den die handgeschriebenen Ziffern des MNIST Datensatzes klassifizieren zu können. Das Ziel dabei ist es mit möglichst wenig Trainingsaufwand eine Genauigkeit von mindestens 97% zu erreichen. Um dies zu bewältigen soll ein neuronales Netz in PyTorch programmiert und trainiert werden.

## 5.2 Der MNIST Datensatz

Der MNIST Datensatz ist ein Datensatz aus  $28 \times 28$  Pixel großen Graustufenbildern von handgeschriebenen Ziffern. Er weist 60000 Trainingsbilder und 10000 Testbilder auf und ist ein Teil des EMNIST Datensatzes vom National Institute for Standards and Technology, U.S. Department of Commerce. Der Datensatz ist frei unter <http://yann.lecun.com/exdb/mnist/> verfügbar. Die Bilder sind bereits zentriert und normalisiert, was diesen Datensatz besonders geeignet für Einsteiger macht. Die meisten Bilder des Datensatzes sind auch von Menschen einfach zu erkennen, einige sind jedoch sehr schwierig einzuordnen und teilweise kaum als Zahl erkennbar. Aufgrund der Einfachheit der Daten sind durchaus hohe Erfolgsquoten zu erwarten. Diese liegen im Schnitt bei 98%.

## 5.3 Das Netz

Das Netz wurde für diese vergleichsweise unkomplizierte Aufgabe einfach gehalten. Es weist drei hidden Layers auf, besteht insgesamt also aus fünf Layers, die alle klassische Lineare Layers sind. Die Aktivierungsfunktion ist überall eine ReLu<sup>11</sup>, deren Plot in Abbildung 31 dargestellt ist. Da es sich um eine Klassifizierungsaufgabe handelt hat das Ausgabelayer 10 Ausgabeneuronen, die die 10 Ziffern repräsentieren. Es ist wie in Abbildung 30 dargestellt, definiert.

Das erste Layer nimmt also einen Tensor der Größe  $1 \times 784$  an, da die Bilder genau so groß sind, und gibt einen  $1 \times 64$  großen Tensor aus. Dieser wird vom ersten hidden Layer angenommen, dass einen  $1 \times 120$  großen Tensor ausgibt. Im zweiten hidden Layer bleibt die Größe mit  $1 \times 120$  konstant und im dritten wird sie wieder auf  $1 \times 64$  reduziert. Schlussendlich wird der Ausgabevektor mit den zehn Klassenwahrscheinlichkeiten berechnet.

---

<sup>11</sup>ReLu steht für rectified linear unit. Diese Aktivierungsfunktion ist neben den Sigmoid Funktionen ebenfalls eine sehr populäre Aktivierungsfunktion. Sie ist als  $f(x) = \max(0, x)$  definiert und ist somit für alle  $x \leq 0$  0 und für alle  $x > 0$   $x$ .

```
1 class Net(nn.Module):
2     def __init__(self):
3         super().__init__()
4         self.fc1 = nn.Linear(28 * 28, 64)
5         self.fc2 = nn.Linear(64, 120)
6         self.fc3 = nn.Linear(120, 120)
7         self.fc4 = nn.Linear(120, 64)
8         self.fc5 = nn.Linear(64, 10)
9
10    def forward(self, x):
11        x = F.relu(self.fc1(x))
12        x = F.relu(self.fc2(x))
13        x = F.relu(self.fc3(x))
14        x = F.relu(self.fc4(x))
15        x = self.fc5(x)
16        return F.log_softmax(x, dim=1)
```

---

Abbildung 30: Der Code um das in diesem Projekt genutzte Klassifizierungsnetz zu definieren.

in der `forward()` Funktion wird jedem Layer außer dem output Layer noch eine ReLu Aktivierungsfunktion zugewiesen und der SoftMax sowie der Logarithmus werden angewandt.

## 5.4 Ergebnis

Das Netz wurde innerhalb von 2 Stunden 200 Epochen lang trainiert und erreicht am Ende eine Genauigkeit von 98,13%. Das verwendete System bestand aus einer Nvidia GeForce GTX 960, sowie einer CPU mit 4 Kernen, die hier jedoch nicht weiter relevant sind, da das Training auf der GPU stattfand, unter Ubuntu 18.04. Die Batchsize betrug 200. Der Kreuzentropiefehler wurde jedes mal, nachdem er berechnet wurde mit Hilfe von weights and biases geloggt. Nach jeder Epoche wurde das Netz außerdem auf dem Testdatensatz getestet und die Trefferquote wurde ebenfalls geloggt. Wie sich diese im Laufe der Zeit entwickelt ist in Abbildung 32 dargestellt.

Aus den Daten geht hervor, dass der Anstieg der Trefferquote in den ersten 10 Epochen extrem groß ist. In den nächsten rund 65 Epochen schwankt sie zwischen etwa 97% und 98% und stagniert danach knapp über 98% wo sie nur noch eine geringe Verbesserung aufweist. Das Netz hat also nach 75 Epochen seinen

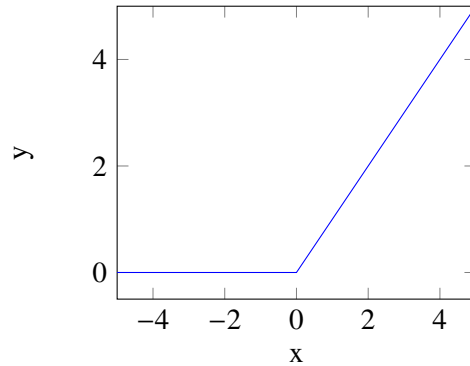


Abbildung 31: Der Graph der ReLu Aktivierungsfunktion

Höhepunkt erreicht und konnte sich nicht weiter verbessern. Dies korrespondiert auch mit dem in Abbildung 33 dargestellten Plot, der die Entwicklung des Kreuzentropiefehlers im Laufe des Trainings darstellt.

Auch hier lässt sich ein extremes Abnehmen des Fehlers in den ersten 10 Epochen ablesen, das von einem starken Schwanken bis etwa zur 75. Epoche gefolgt ist. Von da an stagniert der Fehler bei 0. Das Ziel von 97% Genauigkeit wurde also um einen Prozent überschritten und somit lässt sich feststellen, dass das Netz sehr gut in der Lage ist handgeschriebene Ziffern zu klassifizieren.

## 6 Schluss

Maschinelles Lernen ist ein extrem komplexes Forschungsgebiet, das ein enormes Potential aufweist. Die daraus hervorgehenden Technologien können das Leben revolutionieren und haben dies bereits in vielen Bereichen getan. Neuronale Netze stellen hier eine häufig verwendete Methode maschinellen Lernens dar. Sie sind an das menschliche Lernen angelehnt und können klassifizierungs, regressions und viele weitere Probleme lösen. Ihnen liegen algebraische Prozesse zu grunde, die aus dem Bereich der Statistik stammen. Um die Netze zu trainieren müssen große Datensätze vorhanden sein. Dies kann ein großes datenschutztechnisches Problem darstellen. Die Ausgabe neuronaler Netze ist außerdem nie zu 100% verlässlich. Trotz des großen Potentials ist maschinelles Lernen jedoch nicht das Allheilmittel und kann zwar viele aber bei weitem nicht alle Probleme lösen und ist bei einem Großteil der Problemen schlichtweg nicht effizient und verlässlich genug. maschinelles Lernen hat dennoch einen Einzug in unser Alltagsleben gefunden und wir begegnen ihm am Flughafen, im Supermarkt und

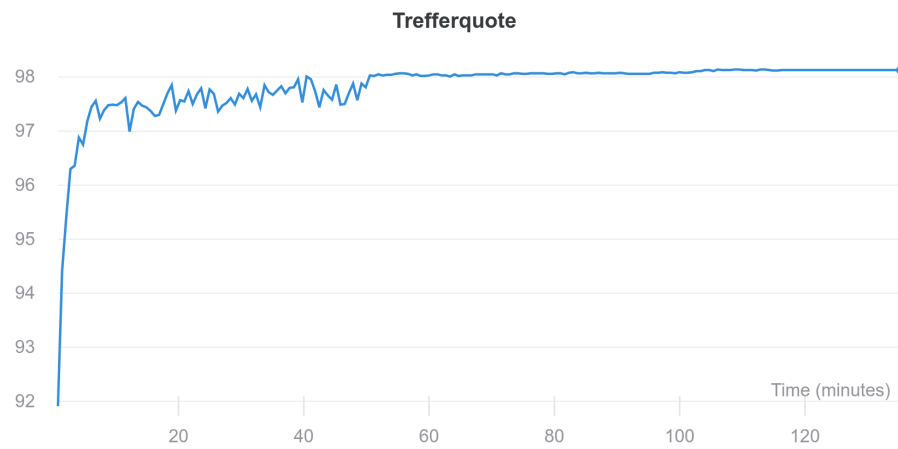


Abbildung 32: Ein Plot der Trefferquote aufgetragen gegen die Trainingszeit

am Smartphone (Die Gesichtserkennungssoftware zum Entsperren vieler Geräte nutzt maschinelles Lernen um eine höhere Genauigkeit zu erzielen). Von einer Welt, die von selbstbewussten und intelligenten Maschinen beherrscht wird, sind wir allerdings noch weit entfernt.

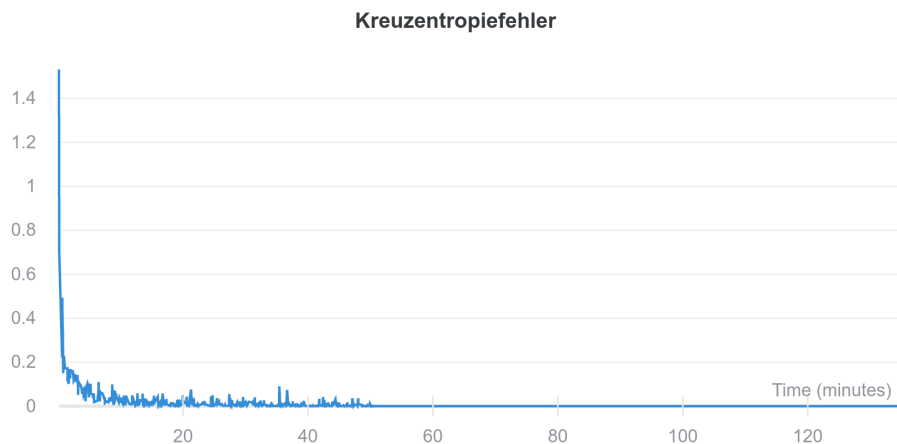


Abbildung 33: Ein Plot des Kreuzentropiefehlers aufgetragen gegen die Trainingszeit

## Literatur

- [1] Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn and TensorFlow  
von Aurélien Géron  
Veröffentlicht: March 2017 O'Reilly Media, Inc  
ISBN: 9781491962282
- [2] Die Logistik des Lernens eine Studie der LMU München  
Quelle: [www.uni-muenchen.de/forschung/news/2013/f-71-13\\_kiebler\\_nervenzellen.html](http://www.uni-muenchen.de/forschung/news/2013/f-71-13_kiebler_nervenzellen.html) –abgerufen am 16.11.2019
- [3] Common Loss functions in machine learning  
Von Ravindra Parmar  
Veröffentlicht am 02.09.2018, abgerufen am 07.01.2020  
Quelle: <https://towardsdatascience.com/common-loss-functions-in-machine-learning-46af0ffc4d23>
- [4] Facial Recognition Is Everywhere at China's New Mega Airport  
Bloomberg, 11. Dezember 2019  
<https://www.bloomberg.com/news/articles/2019-12-11/face-recognition-tech-is-everywhere-at-china-s-new-mega-airport>  
Abgerufen am 23.01.2020

- [5] A US government study confirms most face recognition systems are racist  
20.12.2019 MIT technology review  
<https://www.technologyreview.com/f/614986/ai-face-recognition-racist-us-government-nist-study/>  
Abgerufen am 23.01.2020
- [6] Offizielle Dokumentation des PyTorch Frameworks  
<https://pytorch.org/docs/stable/nn.functional.html>  
Abgerufen am 30.01.2020
- [7] Adam: A Method for Stochastic Optimization  
Diederik P. Kingma und Jimmy Ba  
arXiv:1412.6980 [cs.LG] (<https://arxiv.org/abs/1412.6980>)  
Abgerufen am 31.01.2020

## Abbildungsverzeichnis

1	Binärklassifizierung . . . . .	4
2	Regression . . . . .	5
3	Klassengrenzen mit und ohne Overfitting . . . . .	7
4	Neuron Quelle: <a href="https://simple.wikipedia.org/wiki/File:Neuron.svg">simple.wikipedia.org/wiki/File:Neuron.svg</a> Copyright: CC Attribution-Share Alike von Nutzer Dhp1080, bearbeitet . . . . .	9
5	Ein einfaches neuronales Netz . . . . .	11
6	Der Plot der Sigmoid Funktion $\sigma(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ . . . . .	12
7	Formel zur Berechnung eines Ausgabevektors aus einem Eingabevektor durch eine Schicht von Neuronen. . . . .	13
8	Die Gleichung für den durchschnittlichen quadratischen Fehler . . . . .	15
9	Die Gleichung für den durchschnittlichen absoluten Fehler . . . . .	15
10	Der Graph der Kreuzentropie-Fehlerfunktion, wenn das tatsächliche Label 1 ist . . . . .	16
11	Die Gleichung für den Kreuzentropiefehler . . . . .	16
12	Die Gleichung für den durchschnittlichen absoluten Fehler . . . . .	17
13	Die Gleichung für den Gradienten der Fehlerfunktion . . . . .	17
14	Die Gleichung für die Anpassung eines einzelnen Parameters . . . . .	18
15	$\eta$ ist hier zu groß gewählt. . . . .	18

16	Eine Verbildlichung der Vorgänge in einem convolutional Layer Aus einer Animation von <a href="https://github.com/vdumoulin/conv_arithmetic/blob/master/README.md">https://github.com/vdumoulin/conv_arithmetic/blob/master/README.md</a> Vincent Dumoulin, Francesco Visin - A guide to convolution arithmetic for deep learning (BibTeX) . . . . .	20
17	Erkennt obere horizontale Kanten . . . . .	20
18	Erkennt linke vertikale Kanten . . . . .	20
19	Erkennt untere horizontale Kanten . . . . .	20
20	Erkennt rechte vertikale Kanten . . . . .	20
21	Das Beispielbild aus dem Mnist Datensatz . . . . .	21
22	Die jeweils oben stehenden Filter wurden auf das Beispielbild angewandt. . . . .	21
23	Beispiele für low-, mid- und high-level Features in Convolutional Neural Nets Quelle: <a href="https://tvirdi.github.io/2017-10-29/cnn/">https://tvirdi.github.io/2017-10-29/cnn/</a> . . . . .	22
24	Max Pooling mit $2 \times 2$ großen Submatritzen Quelle: <a href="https://computersciencewiki.org/index.php/Max-pooling/_Pooling">https://computersciencewiki.org/index.php/Max-pooling/_Pooling</a> CC BY NC SA Lizenz . . . . .	23
25	Average Pooling mit $2 \times 2$ großen Submatritzen Aus: Dominguez-Morales, Juan Pedro. (2018). Neuromorphic audio processing through real-time embedded spiking neural networks. Abbildung 33 . . . . .	23
26	Gegenüberstellung von Max und Average Pooling . . . . .	24
27	Der Code zum Laden des MNIST Datensatzes . . . . .	25
28	Code um ein einfaches Netz in Pytorch zu definieren . . . . .	27
29	Code um das Netz auf einem Datensatz zu trainieren . . . . .	29
30	Der Code um das in diesem Projekt genutzte Klassifizierungsnetz zu definieren. . . . .	32
31	Der Graph der ReLu Aktivierungsfunktion . . . . .	33
32	Ein Plot der Trefferquote aufgetragen gegen die Trainingszeit . .	34
33	Ein Plot des Kreuzentropiefehlers aufgetragen gegen die Trainingszeit . . . . .	35